Sur la gestion des Monopoles Publics astreints a l'equilibre budgetaire

M. Boiteux

Econometrica, Vol. 24, No. 1. (Jan., 1956), pp. 22-40.

SUR LA GESTION DES MONOPOLES PUBLICS ASTREINTS A L'EQUILIBRE BUDGETAIRE

PAR M. BOITEUX

Cet article constitue la mise au point et le développement d'une communication antérieure sur le même sujet [4]. Il concerne le problème posé par l'incompatibilité de la règle de vente au coût marginal préconisée par les Welfare Economics, et les conditions d'équilibre budgétaire imposées par les Pouvoirs Publics aux entreprises nationalisées. La méthode consiste en une "maximation de Pareto" appliquée à un modèle général dont les liaisons de structure comportent à la fois des liaisons entre les quantités et des liaisons entre les valeurs. Les résultats obtenus, rassemblés dans la section 8, sont commentés et comparés aux solutions antérieurement proposées à ce problème.

Un *résumé* de cet article est constitué par les sections 1, 3, et 8, qui peuvent être lues sans prendre connaissance des calculs.

Le modèle développé dans la section 2 a pour objet de faciliter l'interprétation donnée dans la section 3, et d'expliquer plus clairement l'intervention des prix et revenus dans les liaisons du système; mais la maximation exposée dans la section 5 est effectuée sur le modèle transformé qui, à la fin de la section 4, rassemble sous une forme condensée les liaisons du système.

La section 9, enfin, à l'occasion de la critique faite de la politique "traditionnelle" des monopoles publics, commente certains points particuliers des résultats exposés dans la section 8.

1. PROBLÈME ET MÉTHODE

1.1 LES THÉORIES du rendement social, ou de "l'avantage collectif," préconisent, en ce qui concerne les entreprises, la maximation du profit à prix constant. Cela conduit, dans le cas des monopoles, à substituer au comportement naturel de l'entrepreneur la règle de vente au coût marginal. Mais, du moins lorsqu'il s'agit d'entreprises publiques, cette règle s'avère souvent inapplicable en tant qu'elle conduit, soit à des déficits systématiques que les Pouvoirs Publics refusent de combler, soit à des bénéfices que les mêmes Pouvoirs Publics exigent—à tort ou à raison—de voir reverser aux consommateurs sous forme d'abaissement des tarifs de vente.

Le problème se pose donc de savoir comment doit être infléchie le règle de vente au coût marginal lorsque l'entreprise est soumise par ailleurs à une condition budgétaire incompatible avec cette règle de gestion.

1.2 Les problèmes de ce genre peuvent être abordés en définissant une expression de la perte [11] [1, p. 637] [5] [8] et en étudiant quel est, au voisinage de l'optimum, l'état économique compatible avec les conditions posées qui minimise la perte ainsi définie.[1] Mais, outre les difficultés rencontrées à définir

[1] Nous avons usé de cette méthode pour traiter le même problème dans la section 4 d'un précédent article [5]—et obtenu, au voisinage de l'optimum, les mêmes formules que celles que l'on verra plus loin. Mais notre expression de la perte est aujourd'hui dépassée par celle qu'a donnée Debreu quelques mois plus tard; quant aux calculs faits dans la section 4 en cause, ils souffrent de quelques incertitudes dans la rigueur mathématique de leur développement.

la perte, la méthode a le défaut de limiter ses investigations aux variations infinitésimales des variables au voisinage d'une solution optimale—défaut grave puisqu'il implique que les conditions imposées soient infiniment voisines des conditions "naturelles" de la situation optimale considérée.

La méthode proposée ici évite ces difficultés: elle consiste à joindre les conditions posées aux liaisons naturelles qui limitent la liberté des variables du système économique, et à écrire les conditions de la maximation de Pareto dans le cadre de ces diverses liaisons.

Le procédé paraît tout naturel lorsque les conditions supplémentaires imposées sont des conditions physiques entre les quantités échangées (contingentements, fixation de certains courants d'échange, etc.). Mais il est également applicable lorsque les liaisons supplémentaires introduites portent sur les valeurs: il suffit de considérer que les variables du système comportent, outre les quantités de biens et services habituellement considérées, les prix et les revenus individuels; la structure du système économique est alors définie par les relations quantitatives classiques, et par les liaisons entre quantités et prix qui fixent la nature des comportements imputés a ceux des agents économiques dont la manière d'être n'est pas mise en cause; à ces liaisons de structure s'ajoutent les liaisons supplémentaires à l'étude (double secteur de vente, fiscalité, etc.); le problème consiste à déterminer ce que doit être le comportement de ceux des agents économiques dont les règles d'action sont prises pour inconnues, pour que le système économique parvienne à un état optimal compatible avec les liaisons.

C'est cette méthode—dont la portée est beaucoup plus générale—que nous nous proposons d'appliquer pour étudier le problème posé en 1.1.

2. NOTATIONS ET MODÈLE

2.1 Chaque individu $k = 1, \cdots, m$ consomme (fournit) par unité de temps le complexe Q^k, dont les composantes sont les quantités q_i^k des biens ou services $i, j = 1, \cdots, n$ (les services fournis sont représentés par des quantités négatives).

La satisfaction que lui procure cette consommation est

$$S^k = S^k(Q^k) \qquad (k = 1, \cdots, m). \tag{1}$$

L'individu k maximise sa satisfaction compte tenu des prix P (composantes $p_1, p_2, \cdots, p_n$), et du revenu r^k dont il dispose outre les revenus de son travail:

$$P' \cdot Q^k = r^k \qquad (k = 1, \cdots, m), \tag{2}$$

$$\frac{\partial S^k / \partial q_i^k}{p_i} = \frac{\partial S^k / \partial q_j^k}{p_j} \qquad (k = 1, \cdots, m; i, j = 1, \cdots, n). \tag{3}$$

2.2 *Le système de production comporte deux secteurs.* Dans le premier, chaque entreprise $h = 1, \cdots, v$ produit (consomme) le complexe[2] X^h dont les compo-

[2] Tous les vecteurs Q^k $(k = 1, \cdots, m)$, X^h $(h = 1, \cdots, v)$, Y^h $(h = 1, \cdots, w)$ appartiennent au même espace, à n dimensions, des biens $i, j = 1, \cdots, n$.

santes sont les quantités X_i^h, positives si i est produit dans l'entreprise h, négatives si i est consommé. La fonction de production de l'entreprise h est

$$f^h(X^h) = 0 \qquad (h = 1, \cdots, v). \tag{4}$$

Les entreprises du ce premier secteur maximent leur revenu compte tenu du système de prix P: f_i^h désignant la dérivée de f^h par rapport à x_i^h,

$$f_i^h/p_i = f_j^h/p_j \qquad (h = 1, \cdots, v; i, j = 1, \cdots, n). \tag{5}$$

De ce comportement résulte, pour chaque entreprise h, un bénéfice (ou un déficit) qui n'est soumis à aucune condition particulière.

2.3 Dans le deuxième secteur de production, chaque entreprise $h = 1, \cdots, w$ produit (consomme) le complexe Y^h. Sa fonction de production est

$$g^h(Y^h) = 0 \qquad (h = 1, \cdots, w). \tag{6}$$

On cherche *quelles doivent être les règles de gestion des entreprises de ce deuxième secteur* pour servir au mieux l'intérêt général, dans le cadre de conditions budgétaires données pour chacune d'elles:

$$P' \cdot Y^h = b^h \qquad (h = 1, \cdots, w). \tag{7}$$

(Autrement dit, dans le premier secteur, les comportements sont donnés—maximation du profit à prix constants—et les bénéfices ne sont soumis à aucune restriction; dans le second, les comportements sont les inconnues du problème mais les bénéfices sont fixés.)

2.4 Les équations d'équilibre des flux produits et consommés sont

$$\sum_k q_i^k = \sum_h x_i^h + \sum_h y_i^h \qquad (i = 1, \cdots, n). \tag{8}$$

2.5 Admettant comme critère d'intérêt général le critère de Pareto selon lequel une situation est optimale lorsqu'il n'est pas possible d'imaginer de modification des quantités échangées qui accroisse la satisfaction d'un individu sans diminuer nécessairement celle d'un autre, le comportement des entreprises du deuxième secteur sera déterminé en écrivant que l'une des satisfactions S^k est maximum dans le cadre des liaisons du système, les autres satisfactions étant données.

Les données du système comportent donc $m - 1$ valeurs des satisfactions S^k, et les w valeurs des bénéfices b^h des entreprises du deuxième secteur.

Les variables sont l'un des S^k, les mn quantités q_i^k, les n prix p_i, les m revenus r^k, les nv quantités x_i^h, et les nw quantités y_i^h. Mais les prix P intervenant d'une manière homogène dans le système, les n prix p_i ne constituent que $n - 1$

variables indépendantes[3]; soit, au total

$$1 + mn + n - 1 + m + nv + nw \text{ variables indépendantes.}$$

Les liaisons entre les variables se composent de

m relations (1) qui définissent les satisfactions,
mn relations (2) et (3) qui définissent les comportements des consommateurs,
nv relations (4) et (5) qui définissent les comportements des v entreprises du premier secteur,
$2w$ relations (6) et (7) qui définissent les liaisons auxquelles sont soumis les comportements inconnus des w entreprises du deuxième secteur,
n relations (8) d'équilibre des flux;

soit, au total, $m + mn + nv + 2w + n$ liaisons entre les variables.

Les degrés de liberté sont donc au nombre de $(n - 2)w$, soit $(n - 2)w$ *conditions à trouver pour déterminer la gestion optimale des entreprises du deuxième groupe*, à raison de $n - 2$ conditions par entreprise.

3. INTERPRÉTATION DU MODÈLE

3.1 Les individus sont supposés réaliser rigoureusement leurs équivalences marginales (relations 3).

Les entreprises du premier groupe maximent leurs profits à prix constant (relations 5): leur comportement est celui qu'adopteraient d'elles-mêmes des entreprises placées en situation de concurrence parfaite, tant en ce qui concerne la vente de leurs produits que l'achat des facteurs de production qui leur sont nécessaires.

On admet, au contraire, que les entreprises du deuxième groupe peuvent être soumises à telle règle de gestion que cette étude révèlera comme la meilleure.

Le modèle ainsi conçu schématise la situation dans laquelle se trouvent respectivement les entreprises privées et les entreprises nationalisées (ou municipalisées). Les premières tendent à maximer librement leurs profits, tandis que les secondes reçoivent pour mission de servir *consciemment* l'intérêt général, en respectant certaines conditions budgétaires imposées par les Pouvoirs Publics.

En fait, les entreprises privées ont un comportement réel qui diffère, pour de multiples raisons, du comportement théorique de concurrence parfaite; la chose est particulièrement nette en ce qui touche les entreprises qui jouissent d'un monopole naturel, à la vente ou à l'achat.

Mais tous les problèmes ne peuvent être résolus simultanément: nous admettons ici que les entreprises non nationalisées ont un "comportement parfait" —quitte à étudier ultérieurement les problèmes de "l'environnement imparfait" [7, pp. 158–185].

On peut, d'ailleurs, donner du modèle une deuxième interprétation: le premier groupe serait formé des entreprises dont on peut admettre qu'elles vivent

[3] Pour lever l'arbitraire du niveau des prix, nous considèrerons dans la suite le prix p_n comme fixé: le bien n jouera donc le rôle de bien de référence.

pratiquement dans un climat de concurrence parfaite; l'objet de l'étude serait alors de déterminer les règles de gestion qu'il conviendrait d'imposer aux autres entreprises, nationalisées ou non, pour servir au mieux l'intérêt général en respectant l'équilibre budgétaire de chacune.

Dans la première interprétation, on détermine pour les entreprises nationalisées des règles de gestion que les pouvoirs publics ont la possibilité de promouvoir, mais ces règles de gestion sont sujettes à caution en tant qu'elles reposent sur l'hypothèse d'une concurrence parfaite entre les entreprises privées. La deuxième interprétation conduit à des règles mieux fondées dans leur principe, mais qui restent académiques dans la mesure où elles doivent être acceptées par des entreprises trop nombreuses pour que les pouvoirs publics aient la possibilité d'infléchir efficacement leur gestion.

Lorsque nous voudrons donner aux résultats obtenus une interprétation concrète, nous nous référerons en général à la première interprétation.

3.2 N'étaient les conditions budgétaires imposées aux entreprises du deuxième groupe, on sait—et on vérifiera par la suite—que les règles de gestion optimum de ces entreprises se ramèneraient au principe de la maximation du profit à prix constant, donc à l'égalité du prix et du coût marginal des produits, et à l'égalité du prix et de la productivité marginale des facteurs.

Le comportement optimal des entreprises du deuxième groupe se traduirait alors par des relations du type

$$g_i^h/p_i = g_j^h/p_j \qquad (h = 1, \cdots, w; i, j = 1, \cdots, n).$$

Du fait des liaisons supplémentaires introduites par les conditions budgétaires, les quantités produites et consommées par chacune des entreprises h du deuxième secteur prendront, dans la situation optimale, des valeurs différentes, et les conditions ci-dessus ne seront plus vérifiées. Au lieu d'être proportionnelles aux composantes du vecteur prix P, les dérivées partielles de la fonction de production g^h seront proportionnelles aux composantes d'un certain vecteur Π^h qu'il s'agit précisément de déterminer.

En effet, la connaissance du vecteur Π^h suffit à définir le comportement de l'entreprise h, puisque les quantités produites (consommées) sont solution du système:

$$g^h(Y^h) = 0 \qquad (h = 1, \cdots, w),$$

$$g_i^h/\pi_i^h = g_j^h/\pi_j^h \qquad (i, j = 1, \cdots, n).$$

Dans ce système, les composantes du vecteur Π^h apparaissent comme un système de prix.

Déterminer le comportement optimal des entreprises du deuxième secteur, c'est donc déterminer les vecteurs "prix fictifs" Π^h *sur la base desquels chaque entreprise* h *devra maximer son profit.*

3.3 Le vecteur Π^h n'est défini qu'à un facteur près. Pour lever cet arbitraire, on conviendra de prendre sa $n$ième composante égale au prix de référence p_n :

$$\pi_n^h = p_n ,$$

d'où $\pi_i^h = \frac{p_n}{g_n^h} g_i^h$.

En fait, le calcul qui suit détermine non pas le vecteur Π^h lui-même, mais sa différence T^h par rapport au vecteur prix P:

$$T^h = P - \Pi^h,$$

vecteur dont les composantes se présentent par conséquent sous la forme

$$t_i^h = p_i - \pi_i^h = p_i - \frac{p_n}{g_n^h} g_i^h \qquad (i = 1, \cdots, n-1; h = 1, \cdots, w). \tag{9}$$

4. TRANSFORMATION DES LIAISONS DU MODÈLE

4.1 Les équations (2) et (3) déterminent les fonctions de demande (d'offre) individuelle

$$Q^k = Q^k(P, r^k), \tag{10}$$

qui jouissent, notamment, des propriétés suivantes:

—la fonction $S^k(P, r^k) \equiv S^k[Q^k(P, r^k)]$ satisfait identiquement la relation **[12]**:

$$S_i^k + q_i^k S_r^k \equiv 0, \tag{11}$$

où S_i^k désigne la dérivée de $S^k(P, r^k)$ par rapport à p_i, et S_r^k la dérivée par rapport à r^k ;

—les coefficients de substitution des biens i et j pour l'individu k,

$$(ij)^k = (ji)^k = \frac{\partial q_i^k}{\partial p_j} + q_j^k \frac{\partial q_i^k}{\partial r^k},$$

satisfont identiquement la relation **[13**, p. 107]

$$\sum_i p_i(ij)^k \equiv 0. \tag{12}$$

On peut donc substituer aux relations (2) et (3) les relations (10)—en notant l'existence des identités (11) et (12).

4.2 Les équations (4) et (5) déterminent les fonctions d'offre (de demande) de l'entreprise h

$$X^h = X^h(P) \tag{13}$$

qui jouissent notamment de la propriété [**13**, p. 68]

$$\sum_i (ij)^h \equiv 0 \tag{14}$$

où $(ij)^h = (ji)^h = \partial x_i^h/\partial p_j$ désigne le coefficient de substitution des biens i et j dans l'entreprise h.

On substituera donc aux équations (4) et (5) les relations (13)—en notant l'existence de l'identité (14).

4.3 En convenant de désigner les relations par des lettres grecques qui serviront de "multiplicateurs de Lagrange" dans la maximation, les liaisons du modèle se présentent finalement de la manière suivante:

$$(\lambda k) \qquad S^k - S^k(P, r^k) = 0 \qquad (k = 1, \cdots, m),$$

$$(\mu_i) \qquad \sum_k^{\lambda^k} q_i^k(P, r^k) - \sum_h X^h(P) - \sum_h Y^h = 0 \qquad (i = 1, \cdots, n),$$

$$(\varphi^h) \qquad g^h(Y^h) = 0 \qquad (h = 1, \cdots, w),$$

$$(\beta^h) \qquad b^h - P' \cdot Y^h = 0 \qquad (h = 1, \cdots, w).$$

où les fonctions $S^k(P, r^k)$, $Q^k(P, r^k)$, et $X^h(P)$ satisfont identiquement aux relations (11), (12), et (14).

5. MAXIMATION

Les $(n - 2)w$ conditions cherchées s'obtiennent en maximant la somme des premiers membres des liaisons du modèle, affectés des coefficients de Lagrange qui les désignent, puis en éliminant ces coefficients.[4]

5.1 La condition obtenue en annulant le coefficient de dp_j dans la différentielle totale de cette somme sera désigné par $(\underline{dp_j})$; même notation pour les autres variables.

$$(\underline{dp_j}): \qquad -\sum_k \lambda^k S_j^k + \sum_i \mu_i \left[\left(\sum_k \frac{\partial q_i^k}{\partial p_j} - \sum_h \frac{\partial x_i^h}{\partial p_j}\right)\right] - \sum_h \beta^h y_j^h = 0$$

$$(j = 1, \cdots, n - 1),^5$$

$$(\underline{dr^k}): \qquad -\lambda^k S_r^k + \sum_i \mu_i \frac{\partial q_i^k}{\partial r^k} = 0 \qquad (k = 1, \cdots, m).$$

La combinaison $(\underline{dp_j}) + \sum_k q_j^k(\underline{dr^k})$ conduit à la relation

$$-\sum_k \lambda^k(S_j^k + q_j^k S_r^k) + \sum_i \mu_i(ij) - \sum_h \beta^h y_j^h = 0,$$

[4] Nous n'aborderons pas, ici, l'étude des conditions du second ordre de la maximation.
[5] p_n étant fixé pour lever l'arbitraire du niveau des prix, il n'y a pas de relations (dp_n).

où l'on a posé

$$(ij) = \sum_k \left[\left(\frac{\partial q_i^k}{\partial p_j} + q_j^k \frac{\partial q_i^k}{\partial r^k}\right)\right] - \sum_h \frac{\partial x_i^h}{\partial p_j} = \sum_k (ij)^k - \sum_h (ij)^h.$$

$(ij)^k$ désignant le coefficient de substitution des biens i et j pour l'individu k, $\sum_k(ij)^k$ est le coefficient de substitution des biens i et j pour l'ensemble des consommateurs (fournisseurs) domestiques; de même, $\sum_h(ij)^h$ est le coefficient global de substitution des produits (facteurs) i et j pour l'ensemble des entreprises du premier groupe; (ij) est donc le coefficient global de substitution des biens i et j pour l'ensemble des consommateurs (fournisseurs) domestiques et industriels autres que ceux du deuxième groupe, c'est-à-dire *le coefficient de substitution des biens i et j pour la clientèle (les fournisseurs) des entreprises du deuxième groupe.*

En vertu des propriétés (13) et (14), le coefficient de substitution (ij) satisfait également à l'identité

$$\sum_i p_i(ij) \equiv 0. \tag{15}$$

Revenant à la condition obtenue en formant la combinaison $(\underline{dp_j}) + \sum_k q_j^k(\underline{dr^k})$, on note que les λ^k se trouvent éliminés compte tenu de l'identité (11). Il reste finalement

$$\sum_i \mu_i(ij) = \sum_h \beta^h y_j^h \qquad (j = 1, \cdots, n-1). \tag{16}$$

Ces relations se présentent comme un système de $n - 1$ équations à n inconnues, les μ_i. Mais l'identité (15) peut s'écrire:[6]

$$\sum_i^n p_i(ij) + p_n(nj) \equiv 0.$$

En portant cette valeur de (nj) dans les relations (16), et en posant

$$z_i = \mu_i - \mu_n(p_i/p_n) \qquad (i = 1, \cdots, n-1), \tag{17}$$

ces relations constituent finalement un système de $n - 1$ équations à $n - 1$ inconnues, les z_i :

$$\sum_i^n z_i(ij) = \sum_h \beta^h y_j^h \qquad (j = 1, \cdots, n-1). \tag{18}$$

5.2 En annulant le coefficient de dy_j^l on obtient la relation

$$(\underline{dy_j^l}): \qquad \mu_i = \varphi^l g_i^l + \beta^l p_i,$$

soit, d'après (17),

$$z_i = (\beta^l - \mu_n/p_n)(p_i - g_i^l p_n/g_n^l).$$

[6] Le symbole Σ_i^j désigne une somme étendue à $i = 1, \cdots, n$, sauf j.

Les coefficients de Lagrange intervenant dans toutes ces relations sous forme homogène, il est possible de fixer la valeur de l'un d'eux; on prendra, par exemple, $\mu_n = -p_n$.

Compte-tenu de (9), on peut donc écrire

$$z_i = (1 + \beta^l)t_i^l \qquad (i = 1, \cdots, n-1; l = 1, \cdots, w), \tag{19}$$

où t_i^l désigne, comme on l'a dit, l'écart entre le prix réel p_i et le prix fictif π_i^l qui définit le comportement de l'entreprise l (voir 3.3).

5.3 On vérifie bien qu'en l'absence de conditions budgétaires, c'est-à-dire (voir 4.3) pour

$$\beta^h = 0 \qquad (h = 1, \cdots, w),$$

le système (18) n'admet que la solution banale

$$z_i = 0 \qquad (i = 1, \cdots, n-1),$$

et les relations (19) fournissent

$$t_i^l = 0 \qquad (l = 1, \cdots, w; i = 1, \cdots, n-1).$$

Le vecteur Π^l caractéristique du comportement de l'entreprise l est alors confondu avec le vecteur prix P: les entreprises du deuxième groupe doivent maximer leur profit à prix constants et égaux aux prix du marché; d'où les égalités classiques entre prix, coût et productivité marginales.

6. CAS D'UNE CONDITION BUDGÉTAIRE UNIQUE POUR L'ENSEMBLE DU SECTEUR NATIONALISÉ

6.1 Avant d'aborder l'étude des formules (18) et (19) sous leur forme la plus générale, il est intéressant d'examiner ce qu'elles deviennent dans le cas où est substituée aux w conditions d'équilibre budgétaires,

$$(\beta^h): \qquad P' \cdot Y^h - b^h = 0,$$

une *condition d'équilibre global du secteur nationalisé.*

$$(\beta): \qquad P' \cdot Y - b = 0,$$

où $Y = \sum_h Y^h$ désigne la production (consommation) nette du secteur nationalisé.

On vérifiera aisément que cela revient à substituer β à β^h dans les formules précédentes. La relation (18) devient

$$\sum_i^n z_i(ij) = \beta y_j \qquad (j = 1, \cdots, n-1), \tag{20}$$

et la relation (19) devient

$$t_i^l = \frac{z_i}{1 + \beta} \qquad (l = 1, \cdots, w; i = 1, \cdots, n-1). \tag{21}$$

6.2 De (21) on déduit que tous les vecteurs T^l sont égaux, donc tous les vecteurs Π^l : *les entreprises nationalisées doivent maximer leurs profits par rapport à un système de prix fictifs qui est le même pour chacune d'elles.*

6.3 Les composantes de l'écart T entre le vecteur des prix réels, P, et le vecteur des prix fictifs, Π, sont solution du système

$$\sum_i^n t_i(ij) = \frac{\beta}{1+\beta} y_j \qquad (j = 1, \cdots, n-1). \tag{22}$$

Soit à interpréter ce système d'équations:

Considérons une variation[7] dP des prix P *accompagnée d'une variation des revenus compensatrice des "effets revenus"*: les dr^k sont définis par la relation

$$dr^k = \sum_i q_i \cdot dp_i.$$

Les variations "compensées" des quantités des biens $j = 1, \cdots, n-1$ consommées par les individus $k = 1, \cdots, m$, variations que nous désignerons par des δ, sont

$$\delta q_j^k = \sum_i^n \frac{\partial q_j^k}{\partial p_i} dp_i + \frac{\partial q_j^k}{\partial r^k} \cdot dr^k = \sum_i^n (ij)^k dp_i.$$

Les variations des quantités x_j^h produites par les entreprises du premier groupe sont

$$\delta x_j^h = \sum_i^n \frac{\partial x_j^h}{\partial p_i} dp_i = \sum_i^n (ij)^h dp_i.$$

La variation compensée de la demande nette du bien i par la clientèle des entreprises nationalisées est donc, en vertu de la définition (voir 5.1) du coefficient (ij),

$$\delta y_j = \sum_k \delta q_j^k - \sum_h \delta x_j^h = \sum_i^n (ij)\, dp_i \qquad (j = 1, \cdots, n-1).$$

Si l'on désire que ces variations des demandes nettes soient proportionnelles à la production des biens demandés, soit

$$\delta y_j = \lambda y_j \qquad (j = 1, \cdots, n-1), \tag{23}$$

les variations de prix dp_i doivent être solution du système

$$\sum_i^n (ij)\, dp_i = \lambda y_j \qquad (j = 1, \cdots, n-1),$$

dont la forme est identique à celle du système (22).

[7] La composante p_n restant fixe.

Les composantes de l'écart T entre le système des prix réels P, et le système des prix fictifs Π vis-à-vis desquels les entreprises nationalisées doivent maximiser leur profit, *sont proportionnelles aux variations infinitésimales de prix qui, accompagnées d'une variation compensatrice des revenus, entraîneraient un même accroissement relatif de la demande (de l'offre) des biens produits (consommés) par le secteur nationalisé*—exception faite du bien de référence dont le prix est fixé, et dont la variation de demande (d'offre) reste libre.

6.4 L'unicité du vecteur Π pour toutes les entreprises nationalisées représente $(n - 2)(w - 1)$ conditions. Les résultats qu'on vient d'obtenir définissent T à un facteur près, soit $n - 2$ conditions. Au total, on retrouve bien les $(n - 2)w$ conditions annoncées.

On achèvera la détermination pratique du vecteur T en choisissant le coefficient de proportionnalité qui l'affecte de telle manière que la condition budgétaire imposée au secteur nationalisé (condition β) soit vérifiée.

6.5 Il resterait à examiner si, et dans quelles conditions, les solutions sont acceptables, et notamment si les prix correspondant à l'équilibre ainsi déterminé sont positifs. Nous n'aborderons pas cette question; voir **[3]** et **[9]**.

7. CAS D'UNE CONDITION BUDGÉTAIRE POUR CHAQUE ENTREPRISE NATIONALISÉE

Les composantes t_i^l des vecteurs T^l sont liées par les conditions (18) et (19) rappelés ci-dessous,

$$\sum_i^n z_i(ij) = \sum_h \beta^h y_j^h \qquad (i, j = 1, \cdots, n - 1), \tag{18}$$

$$t_i^l = \frac{z_i}{1 + \beta^l} \qquad (l = 1, \cdots, w), \tag{19}$$

entre lesquelles il faut éliminer les z_i.

7.1 L'élimination des β^l et z_i entre les relations (19) conduit aux relations

$$t_i^h/t_j^h = t_i^l/t_j^l \qquad (i, j = 1, \cdots, n - 1; h, l = 1, \cdots, w)$$

qui signifient que les *écarts t relatifs à deux mêmes biens doivent être dans le même rapport dans toutes les entreprises du secteur.*

7.2 Soit $z_i^h (i = 1, \cdots, n - 1)$ la solution du système

$$\sum_i^n z_i^h(ij) = y_j^h. \tag{24}$$

On a, avec ces notations, $z_i = \sum_h \beta^h z_i^h$ d'où

$$t_i^l = \frac{\sum_h \beta^h z_i^h}{1 + \beta^l} \qquad (l = 1, \cdots, w; i = 1, \cdots, n - 1) \tag{25}$$

qui constitue $(n - 1)w$ relations, comportant w coefficients inconnus, les β^h ; donc les $(n - 2)w$ conditions cherchées.

On déterminera les valeurs des β^h de telle manière que les conditions budgétaires imposées à chaque entreprise du secteur soient vérifiées.[8]

7.3 L'interprétation pratique des z_i^h est analogue à celle qu'on a donnée des z_i en 6.3: *les z_i^h afférents à l'entreprise h sont proportionnels aux variations infinitésimales de prix qui entraîneraient une variation "compensée" de la demande (offre) nette du secteur nationalisé proportionnelle à la production (consommation) de l'entreprise considérée*—exception faite du bien de référence dont le prix est fixé et dont l'accroissement de demande (offre) reste libre.

8. RÉSULTATS

Les résultats obtenus sont donc les suivants:

Les entreprises du deuxième groupe (entreprises nationalisées) doivent maximer leurs profits par rapport à un système de prix fictifs.

8.1 *Si les entreprises en cause sont soumises à une condition budgétaire globale, sans autre restriction sur les bénéfices de chacune d'elles, ce système de prix fictifs est le même pour tout le secteur.* Cela signifie, par exemple, que si le prix fictif de vente du charbon que doivent considérer les "Charbonnages de France" est inférieur de 1.000 Fr. par tonne au prix de vente effectif, "Electricité de France" doit concevoir son équipement thermique, et l'exploitation de ses centrales thermiques, sur la base de ce même prix fictif égal au prix de vente diminué de 1.000 Fr.

Si les entreprises nationalisées sont soumises chacune à une condition budgétaire qui leur est propre, l'équilibre budgétaire strict par exemple, un système de prix fictif est attaché à chacune d'elles. Ces systèmes de prix sont liés entre eux par la condition que les écarts entre prix réel et prix fictif relatifs à deux mêmes biens soient dans le même rapport dans toutes les entreprises du secteur. Autrement dit, une fois connu le système de prix fictifs attaché à l'une des entreprises nationalisées, et, par suite, les écarts entre prix réels et prix fictifs pour cette entreprise, les écarts attachés à toute autre entreprise nationalisée sont égaux à ceux de la première, à un facteur de proportionnalité près déterminé par la condition budgétaire imposée à l'entreprise.

Supposons par exemple, que, pour Charbonnages de France, l'écart entre prix de vente réel et prix de vente fictif du charbon soit de 1.000 Fr. par tonne, et l'écart entre prix d'achat réel et prix d'achat fictif de l'énergie électrique fournie par "Electricité de France," de 1 Fr. par *kWh*; si la condition budgétaire propre à "Electricité de France" l'amène à devoir considérer, pour le charbon, un prix fictif d'achat inférieur de 750 Fr. par tonne au prix de vente réel que lui fait "Charbonnages," l'écart entre prix de vente réel et prix de vente fictif que doit considérer "Electricité de France" pour l'énergie électrique est de 0,75 Fr. par *kWh*.

[8] Même remarque qu'en 6.5.

8.2 *Dans le cas d'une condition budgétaire globale* pour l'ensemble du secteur nationalisé, le système de prix fictif que doivent considérer toutes les entreprises du secteur est défini par la condition suivante: *les écarts entre prix réels et prix fictifs sont proportionnels aux variations de prix qui, accompagnées d'une variation compensatrice des revenus, entraîneraient un même accroissement relatif de la demande nette (de l'offre nette) des biens produits (consommés) par le secteur nationalisé*—exception faite d'un bien de référence dont le prix est fixé et dont la variation de demande (d'offre) reste libre.

Le coefficient de proportionnalité est choisi de manière à assurer la condition budgétaire imposée.

Dans le cas d'une condition budgétaire propre à chaque entreprise nationalisée, les écarts t_i^l entre prix réels et prix fictifs attachés à une entreprise l du secteur sont égaux à une combinaison linéaire d'écarts élémentaires z_i^h relatifs à chaque entreprise h du secteur.

Les écarts élémentaires $z_i^h(i = 1, \cdots, n)$ relatifs à l'entreprise h sont proportionnels aux variations de prix qui, accompagnées d'une variation compensatrice des revenus, entraîneraient un même accroissement de la demande totale (de l'offre totale) des biens produits (consommés) par l'entreprise h considérée—exception faite d'un bien de référence dont le prix est fixé, et dont la variation de demande (d'offre) reste libre.

Les coefficients des combinaisons linéaires d'écarts élémentaires sont les mêmes pour tous les biens, et, à un facteur près, les mêmes pour toutes les entreprises. Ils doivent être choisis de manière à assurer les conditions budgétaires imposées à chacune d'elles.

8.3 On peut donner ainsi une interprétation concrète des calculs faits dans les sections précédentes—et c'est là, sans doute, un grand pas accompli vers l'application pratique des résultats obtenus. Mais cette application se heurte encore à de sérieuses difficultés; les lignes générales d'une solution approximative pourraient être les suivantes:

—il est évident, et on démontre, que les écarts t_i^l afférents à deux substituts parfaits, i et j, doivent être proportionnels aux prix de ces substituts;

—si l'on groupe les divers biens produits (consommés) par chaque entreprise en "complexes" formés de substituts étroits, on peut montrer que les équations relatives à ces complexes sont les mêmes que celles obtenues dans les sections précédentes si l'on admet une substituabilité parfaite entre les biens constitutifs de chaque complexe;

—dans cette hypothèse, chaque complexe étant traité comme un bien défini, et compte tenu de ce que, en réalité, l'activité d'une entreprise ne porte que sur un nombre relativement restreint de ces biens complexes, on pourra tenter d'apprécier les élasticités de substitution entre complexes, et de résoudre numériquement les équations posées;

—revenant ensuite aux biens composants des complexes, on attachera à chacun d'eux un écart t_i^l dont le rapport au prix p_i sera le même que l'écart relatif $t_{\dot I}^l/p_{\dot I}$ relatif au complexe $\dot I$ auquel ce bien i appartient.

—on obtient ainsi une solution approchée, que l'on peut améliorer en essayant une combinaison de complexes légèrement différente de la précédente; etc.

8.4 Les résultats ainsi obtenus auront un caractère assez approximatif; on aura garde d'oublier, au surplus, les hypothèses sur lesquelles repose leur validité—concurrence parfaite dans le secteur des entreprises non nationalisées, ou comportement équivalent—hypothèses dont la réalité nous donne une image assez peu encourageante.

Approximation dans la mise en oeuvre de conclusions elles-mêmes fondées sur des hypothèses dont le réalisme est contestable. . . On peut se demander si l'application pratique des résultats obtenus présente un réel intérêt. Sans vouloir ouvrir à nouveau ici un débat qui nous amènerait trop loin [**7**, pp. 217–229], on soulignera qu'étant donné le caractère normatif des hypothèses de la concurrence parfaite, ce type d'hypothèse présente un intérêt particulier relativement à toutes les hypothèses irréalistes que l'on peut faire; et, d'autre part, que les solutions qu'on a proposées jusqu'ici au problème étudié sont fondées plus ou moins explicitement sur les mêmes hypothèses.

M. Allais a préconisé [**2**, p. 10] la solution pure et simple de la proportionnalité des prix aux coûts marginaux. A l'opposé, les tenants de l'analyse marshalienne et de la théorie des surplus défendent la proportionnalité de l'écart entre prix et coût marginal à l'élasticité de la demande. C'est d'ailleurs beaucoup plus pour lutter contre les abus auxquels conduit cette dernière solution que pour des raisons théoriques que M. Allais a proposé la règle simple de la proportionnalité; il ne nous paraît donc pas nécessaire de faire la critique de cette règle: on notera simplement qu'elle n'est rigoureuse que dans le cas de substituts étroits, ou dans l'hypothèse—héroïque—d'un champ de substituabilité uniforme.

On examinera plus en détail les règles tirées de la théorie des surplus.

9. LA MÉTHODE DES SURPLUS

9.1 Sous sa forme la plus simple, la méthode des surplus se présente comme suit:

Soit Q—composantes $q_1, q_2, \cdots, q_N$—la *production* de l'entreprise considérée, $D(Q)$ la dépense correspondante. $c_i = \partial D/\partial q_i$ est le coût marginal de production du bien i. Si l'on se limite, dans cette esquisse de la méthode des surplus, au cas où les demandes des biens produits sont indépendantes, on peut définir, pour chaque demande, une "courbe de demande" $p_i = p_i(q_i)$.

Le "surplus" dont jouit la collectivité du fait de la production du complexe Q est

$$S(Q) = \int_0^q \sum_i p_i(q_i)\, dq_i - D(Q).$$

La condition budgétaire imposée à l'entreprise peut s'écrire

$$\sum_i q_i p_i(q_i) - D(Q) = b.$$

La maximation du surplus, liée par cette condition budgétaire, conduit aux relations

$$p_i - c_i + \lambda(p_i - c_i + q_i dP_i/dq_i) = 0 \qquad (i = 1, \cdots, N)$$

soit encore, en posant $k = -\lambda/1 + \lambda$:

$$(p_i - c_i)/p_i = k\eta_i \tag{26}$$

où $\eta_i = (q_i/p_i)(dp_i/dq_i)$ est l'élasticité du prix du bien i: *l'écart relatif entre prix et coût marginal doit être proportionnel à l'élasticité du bien considéré. Le coefficient de proportionnalité est choisi de manière à réaliser l'équilibre budgétaire désiré.*

C'est sur ce principe qu'est fondée la politique traditionnelle de tarification ad valorem des monopoles publics et, notamment, des chemins de fer. Sous réserve de certaines confusions sur la notion de coût marginal attaché à une fourniture garantie [**6**], cette politique consiste à taxer d'autant plus lourdement un marché que sa demande est plus inélastique, et à affecter le bénéfice ainsi dégagé à couvrir le déficit de vente au coût marginal des biens dont la demande est très élastique; ce qui, pour les transports ferroviaires, conduit à faire payer à chaque trafic "that the traffic will bear" selon les principes commerciaux les plus classiques.

9.2 Dans les mêmes hypothèses sommaires, la variation de prix δp_i qui commande une variation δq_i de la demande du bien i est

$$\delta p_i = p_i \eta_i \delta q_i / q_i .$$

Les variations δp_i qui entraînent un même accroissement relatif de la demande de tous les biens

$$\delta q_i / q_i = k' \qquad (i = 1, \cdots, N)$$

sont donc déterminées par les relations

$$\delta p_i = k' p_i \eta_i \qquad (i = 1, \cdots, N)$$

qui sont analogues aux relations (26) mises sous la forme

$$p_i - c_i = k p_i \eta_i .$$

On en déduit un autre énoncé de la règle établie en 9.1: *les écarts entre prix et coût marginal doivent être proportionnels aux variations de prix qui entraîneraient un même accroissement relatif de la demande de tous les biens produits par l'entreprise.*

Ce résultat présente une parenté certaine avec celui qui a été établi dans les sections précédentes. On serait peut-être tenté de trouver dans cette coïncidence une justification au moins approximative de la politique traditionnelle des monopoles publics. Il faut noter, cependant, des différences importantes.

9.3 Tout d'abord, seuls sont envisagés dans les calculs faits en 9.1 des écarts entre *prix des produits* et *coûts marginaux des facteurs*. La fonction de dépense y est une donnée $D(Q)$, fonction des quantités produites. L'agencement des facteurs n'est donc pas mis en cause: si les marchés de ces facteurs sont "parfaits" l'entreprise persiste à égaler productivités marginales et prix des facteurs—tandis qu'elle accepte une distorsion entre prix des produits et coûts marginaux. Mais si l'entreprise accepte de ne pas poursuivre la maximation de son profit, il n'y a aucune raison de ne pas mettre en question l'agencement des facteurs au même titre que le programme de production; et il ne fait aucun doute que *la perte de rendement social résultant de la liaison budgétaire imposée sera d'autant plus faible que les effets de cette liaison s'étaleront sur un plus grand nombre de variables: produits et facteurs.*

9.4 La méthode des surplus conduit à une règle fixant les écarts entre prix des produits et coûts marginaux. Mais du fait que, dans nos calculs des sections précédentes, l'agencement des facteurs est mis en cause au même titre que le programme de production, *le vecteur* Π (*voir 3.2*) *n'est plus le vecteur des coûts ou productivités marginales.* Pour mettre ce point en evidence, nous raisonnerons dans le cas d'une entreprise unique. Mêmes notations que dans les sections 2 à 7.

Π désignant le vecteur des prix fictifs vis-à-vis duquel l'entreprise maximise son profit, on sait que les relations $f(Q) = 0$ et $f_i = \lambda\pi_i$ définissent le vecteur Q en fonction de Π,

$$q_i = q_i(\Pi) \qquad (i = 1, \cdots, n),$$

fonctions qui satisfont identiquement la relation

$$\sum_i \pi_i(\underline{ij}) = 0,$$

où $(ij) = \partial q_i/\partial p_j = (ji)$ est le coefficient de substitution des biens i et j dans l'entreprise.

Supposons que π_j varie de $\delta\pi_j$, les autres prix fictifs restant constants; les q_i varient de

$$\delta q_i = \frac{\partial q_i}{\partial p_j}\,\delta\pi_j = (\underline{ij})\delta\pi_j\,.$$

La variation de dépense nette correspondant à l'accroissement δq_j de la production de q_j est

$$\delta d_j = \sum_i^j p_i \delta q_i = -\sum_i^j p_i(\underline{ij})\delta\pi_j\,,$$

et le coût marginal de production de q_j est

$$c_j = \frac{\delta d_j}{\delta q_j} = \frac{-\sum_i^j p_i(\underline{ij})\delta\pi_j}{(\underline{jj})\delta\pi_j} = p_j - \frac{1}{(\underline{jj})}\sum_i p_i(\underline{ij}).$$

En vertu de l'identité $\sum_i \pi_i(\underline{ij}) \equiv 0$, cela peut s'écrire

$$p_j - c_j = \frac{1}{(\underline{jj})} \sum_i t_i(\underline{ij})$$

d'où

$$\pi_j - c_j = \frac{1}{(\underline{jj})} \sum_i^j t_i(\underline{ij}).$$

Le vecteur des prix fictifs Π (composante π_j), et le vecteur des coûts (productivités) marginaux (composante c_j) ne coïncident que si tous les t_i sont nuls, donc si P et Π coïncident—ce qu'exclut précisément la liaison budgétaire imposée.

Par contre, si les coûts (ou productivités) marginaux sont calculés sur la base des prix fictifs Π, ce vecteur Π constitue précisément le vecteur des coûts (productivités) marginaux. En effet

$$c_j' = \frac{\delta d_j'}{\delta q_j} = \frac{-\sum_i^j \pi_i(\underline{ij})\delta\pi_j}{(\underline{jj})\delta\pi_j} = \frac{\pi_j(\underline{jj})\delta\pi_j}{(\underline{jj})\delta\pi_j} = \pi_j\,.$$

Pour résumer, nos résultats concernent les écarts entre prix et coûts (ou productivités) marginaux "fictifs," et non les écarts entre prix et coûts marginaux réels qui apparaissent dans la théorie des surplus.

9.5 On a vu en 9.2 que, selon la théorie des surplus, les écarts entre prix et coûts marginaux devaient être proportionnels aux variations de prix qui entraîneraient un même accroissement relatif de la demande des produits de l'entreprise. Mais les résultats établis en 6.2 comportaient une précision importante—que l'on ne retrouve plus ici: les variations de prix envisagées doivent être accompagnées d'une variation compensatrice de revenu, égale à l'accroissement de dépense résultant—à consommation inchangée—de l'accroissement des prix. A toute variation dP de P doit être associée une variation dr^k des r^k égale à

$$dr^k = dP' \cdot Q^k.$$

Lorsque le bien considéré a un usage (une origine) exclusivement industriel, l'effet revenu est nul, et cette précision est sans portée; par contre, s'il s'agit d'une demande (offre) domestique, l'effet revenu peut devenir prédominant, et ne saurait, de ce fait, être négligé "en première approximation."

9.6 Il est vrai que la théorie des surplus peut être améliorée **[10]** pour tenir compte de ces effets revenus. Mais une dernière difficulté subsiste lorsqu'on s'attache, comme il se doit, à considérer à la fois produits et facteurs, en éliminant les effets revenus; elle tient à ce que les prix P ne peuvent plus être considérés comme fonction des quantités demandées.

En effet,

—les demandes (offres) domestiques sont fonction des prix et des revenus:

$$Q^k = Q^k(P, r^k),$$

fonction homogène en P et r^k, de degré zéro;

—chaque variation de prix est accompagnée d'une variation des revenus

$$r^k = r^k(P),$$

fonction homogène de degré un;

—les demandes individuelles "compensées" apparaissent ainsi comme des fonctions homogènes de degré zéro des seuls prix P.

$$Q^k = Q^k[P, r^k(P)] = Q^k(P),$$

et les demandes collectives $Q = \sum_k Q^k$ de même.

Les fonctions de demande (offre) $X^h(P)$ des entreprises étant elles-mêmes homogènes, la demande nette du secteur nationalisé $Y = Q - X$, est encore une fonction homogène de degré zéro des prix:

$$Y = Y(P).$$

Il s'ensuit que cette fonction ne peut être inversée sous la forme $P = P(Y)$ qui permettrait de définir un surplus généralisé excluant les effets revenus.

Rappelons qu'il en est tout autrement lorsque les revenus sont considérés comme donnés: les fonctions de demande individuelles $Q^k = Q^k(P)$ apparaissent comme des fonctions non homogènes; et par suite les demandes collectives; d'où la possibilité d'inverser ces fonctions de demande pour définir les prix comme fonction des quantités.

Il y a donc là un phénomène spécifiquement lié à la prise en considération des demandes corrigées des effets revenus, phénomène qui est apparu dans nos calculs chaque fois que nous nous sommes heurtés à un système d'équations dont la matrice des coefficients était celle des (ij), dont le déterminant est nul; d'où l'obligation dans laquelle nous nous sommes trouvés de faire jouer à l'un des biens, le bien n, un rôle particulier de "bien de référence" (voir relations (9) et (17) notamment).

C'est ainsi, par exemple, que si l'on avait voulu faire le calcul présenté en 6.3 en introduisant les n équations $j = 1, \cdots, n$, et les n variations de prix dp_i $(i = 1, \cdots, n)$, les conditions (23) se seraient présentées sous la forme:

$$\sum_i (ij)\, dp_i = \lambda y_j \qquad (j = 1, \cdots, n).$$

Ce système d'équations en dp_i n'admet en général pas de solution (en ajoutant membre à membre les n equations multipliées respectivement par p_j, il vient $\sum_i dp_i[\sum_j p_j(ij)] = \lambda \sum_j p_j y_j$, relation dont le premier membre est identiquement nul tandis que le second membre est en général différent de zéro). C'est pourquoi la $n$ième équation a du être supprimée, et la variation dp_n du prix

p_n posée nulle a priori: *il n'existe pas, en général, de modification des prix—accompagnée de la variation compensatrice des revenus—qui puisse entraîner un même accroissement relatif de la demande (l'offre) de* tous *les biens.*

La dissymétrie ainsi introduite dans le rôle joué par les divers biens est assez peu satisfaisante pour l'esprit. Elle tient, en somme, à ce que les vecteurs P et Π sont ici définis à un facteur près, c'est-à-dire en direction et non en grandeur. Cette remarque inciterait à substituer à la donnée de l'un des prix, p_n, une condition symétrique fixant la grandeur des vecteurs en cause. Nos tentatives dans cette voie nous ont conduit à des résultats dont l'interprétation est beaucoup moins simple que celle à laquelle nous avons été conduits dans les sections 6, 7 et 8.

Electricité de France

REFERENCES

[1] ALLAIS, M., *Traité d'économie pure*, Imprimerie Nationale, Paris.

[2] ———, "Le problème de la coordination des transports et la théorie économique," *Revue d'économie politique*, mars–avril 1948.

[3] ARROW, K. J., "An Extension of the Basic Theorems of Welfare Economics," *Proceedings of the Second Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability*, Berkeley, 1951, pp. 507 ff.

[4] BOITEUX, M., Communication au congrès de la société européenne d'économétrie, La Haye, août 1948.

[5] ———, "Le revenue distribuable et les pertes économiques," *Econometrica*, avril 1951, 19: pp. 112–133.

[6] ———, "La tarification au coût marginal et les demandes aléatoires," *Cahiers du seminaire d'économétrie*, n° 1, 1951: pp. 56–69.

[7] DE BERNIS, *Essai sur la tarification dans les exploitations industrielles de l'Etat du secteur monopolistique*. Thèse soutenue le 21 décembre 1953 devant la Faculté de Droit de l'Université de Paris, 387 pp. ronéotypées.

[8] DEBREU, G., "The Classical Tax-Subsidy Problem," *Econometrica*, janvier 1952, 20: p. 100.

[9] ——— "Existence of An Equilibrium for a Competitive Economy," *Econometrica*, vol. 22, 1954, pp. 265 ff.

[10] HICKS, J. R., "The Generalised Theory of Consumer's Surplus," *Review of Economic Studies*, Vol. 13 (2), N° 34, 1945–1946, pp. 68–74.

[11] HOTELLING, H., "The General Welfare in Relation to Problems of Taxation and of Railway and Utility Rates," *Econometrica*, juillet 1938, 6: pp. 242–269.

[12] ROY, R., "La distribution des revenus entre les divers biens," *Econometrica*, juillet 1947, 15: pp. 205–225.

[13] SAMUELSON, P. A., *Foundations of Economic Analysis*, Cambridge, Mass., Harvard University Press, 1947, 447 pp.